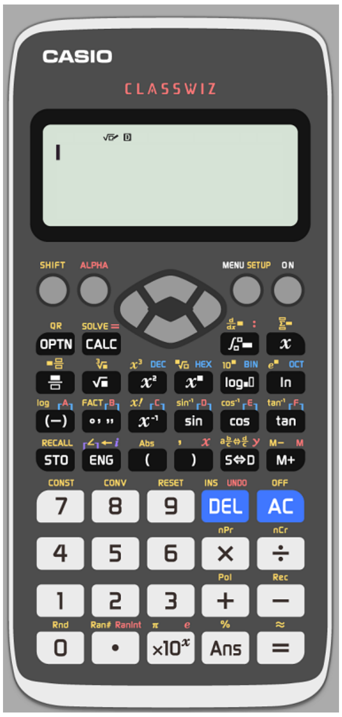
OM CLASSWIZ   fx 991ex.



I dette nummeret av Casionytt vil vi benytte den nye vitenskapelige kalkulatoren til Casio: Classwiz fx 991 ex. Det meste av stoffet er også aktuelt for de andre casiokalkulatorene.

I den første artikkelen vil vi foreslå et undervisnings-opplegg om derivasjon. Dette opplegger vil være aktuelt for de fleste videregående kurs i matematikk. Vi vil også vise hvordan en kan bestemme verdien til e, grunntallet i det naturlige logaritme-systemet og hva som er så spesielt med funksjonen e^x. Dersom vi ved hjelp av en kalkulator kan få elever til selv å finne fram til matematiske sammenhenger vet vi at læringsutbytte er mye bedre enn om de får dette fortalt.

Noen eksempler på oppgaver i sannsynlighetsregning løser vi raskt og enkelt på denne lille kalkulatoren.

Vi oppfordrer matematikklærere og ikke minst elever til å utforske de mange mulighetene og menyene som en kan finne på disse lommeregnerne dere vil bli overrasket.

DERIVASJON :

Den deriverte til en funksjon f(x) defineres ved : $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ og slik presenteres det i de fleste lærebøker som utgangspunkt for å bestemme formler for den deriverte til diverse funksjoner.

Den deriverte representerer stigningstallet veldig lokalt og vi kan med en kalkulator regne ut dette med god tilnærming ved y' ≈ $\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x-\Delta x)}{2\Delta x}$ ved å velge en liten Δx f.eks 0.01 evt 0.001

POLYNOMFUNKSJONER : Vi starter med x^2 og ber elevene regne ut :

$\dfrac{2.01^2-1.99^2}{0.02}$ 4 $\dfrac{3.01^2-2.99^2}{0.02}$ 6 $\dfrac{5.01^2-4.99^2}{0.02}$ 10

For x = 2 er y' = 4 for x = 3 y'= 6 osv. Altså for f(x) = x^2 får vi f'(x) = 2x

Hva så med x^3

$\dfrac{1.01^3-0.99^3}{0.02}$ 3.0001 $\dfrac{2.01^3-1.99^3}{0.02}$ 12.0001 $\dfrac{3.01^3-2.99^3}{0.02}$ 27.0001 osv,

Be elevene fylle inn følgende tabell og se om de kan foreslå (x^3)'

x	1	2	3	4	5
y' ≈	3	12	27		
x^2	1	4	9	16	25

Klarer elevene nå å se sammenhengen? (x^3)' = 3 x^2

For f(x) = x^4 lager vi en tilsvarende tabell :

x	1	2	3	4	5
y' ≈					
x^3					

Etter en slik gjennomgang bør elevene ha en bedre forståelse for $(x^n)' = n\,x^{n-1}$

$$\frac{\frac{1}{3.01}-\frac{1}{2.99}}{0.02}$$

En liten utfordring : Hva er den deriverte til $\frac{1}{x}$ = x^{-1} for x = 3 : -0.1111123457

$$\frac{-1}{9}$$

Svaret bør være $\frac{-1}{3^2}$ i følge $(x^n)' = n\,x^{n-1}$ -0.1111111111 så dette er ok.

Vi oppfordrer dere til å prøve å finne den deriverte til. $\frac{1}{x^3}$, $\sqrt{x}$ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ *osv*. på samme måten.

DEN DERIVERTE TIL FUNKSJONEN a^x

Vi undersøker først funksjonen 2^x og 3^x og finner tilnærmet verdi for y'

$$\frac{2^{0.01}-2^{-0.01}}{0.02} \qquad \frac{2^{1.01}-2^{0.99}}{0.02} \qquad \frac{2^{2.01}-2^{1.99}}{0.02}$$

0.693152731 1.386305462 2.772610924 **osv**

x	0	1	2	3	4	5
y' ≈	**0.693**	**1,386**	**2,772**			
2^x	**1**	**2**	**4**	**8**	**16**	**32**
$\frac{y'}{2^x}$	**0.693**	**0.693**	**0.693**			

Det ser ut til at $(2^x)' = 0.693 \cdot 2^x$ Hva med 3^x

$$\frac{3^{0.01}-3^{-0.01}}{0.02} \qquad \frac{3^{1.01}-3^{0.99}}{0.02} \qquad \frac{3^{2.01}-3^{1.99}}{0.02}$$

1.098634388 3.295903165 9.887709495

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
y' ≈	**1.099**	**3.296**	**9.888**			
3^x	**1**	**3**	**9**	**27**	**81**	**243**
$\frac{y'}{3^x}$	**1.099**	**1.099**	**1.099**			

Her ser det ut til at $(3^x)' = 1.099 \cdot 3^x$

Da bør det være et tall a mellom 2 og 3 som er slik at $(a^x)' = a^x$

Vi benytter definisjonen til den deriverte ;

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^{x+\Delta x}-a^x}{\Delta x}= a^x \lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^x a^{\Delta x}-a^x}{\Delta x} = a^x \lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^{\Delta x}-1}{\Delta x} = a^x ;$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^{\Delta x}-1}{\Delta x} = 1 \Leftrightarrow \lim_{\Delta x\to 0}(a^{\Delta x}-1) = \lim_{\Delta x\to 0}\Delta x \Leftrightarrow \lim_{\Delta x\to 0} a^{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}(1+\Delta x)$$

$$\textit{Vi opphøyer begge sider i } \frac{1}{\Delta x}; \quad a = \lim_{\Delta x\to 0}(1+\Delta x)^{\frac{1}{\Delta x}}$$

Velger vi $\Delta x = \dfrac{1}{10^t}$ kan vi raskt finne grenseverdien til a som betegnes e Eulers tall.

$$\left(1+\frac{1}{10^6}\right)^{10^6} \qquad 2.718280469$$

$$\left(1+\frac{1}{10^{10}}\right)^{10^{10}} \qquad 2.718281828$$

Dette er den beste tilnærming vi får på en kalkulator. I Norge har vi huskeregel 2,7 ibsenibsen da 1828 er Ibsens fødselsår. de neste desimalene er for øvrig 459….

Tallet e med 30 desimaler: 2,718281828459045235602874713527……..for de som er interessert

Deriverer vi a^x som $e^{x\ln a}$ får vi $\ln a\, a^x$; $(2^x)'=\ln 2\ 2^x$ og $(3^x)'= \ln 3\ 3^x$

$$\ln(2) \qquad 0.6931471806$$

$$\ln(3 \qquad 1.098612289$$

som gir: $(2^x)' = 0,6931 \cdot 2^x$ og $(3^x)' = 1,0986 \cdot 3^x$

Numerisk derivasjon på en liten kalkulator er faktisk gøy og rimelig nøyaktig.

https://edu.casio.com/products/cwiz/fx991ex/